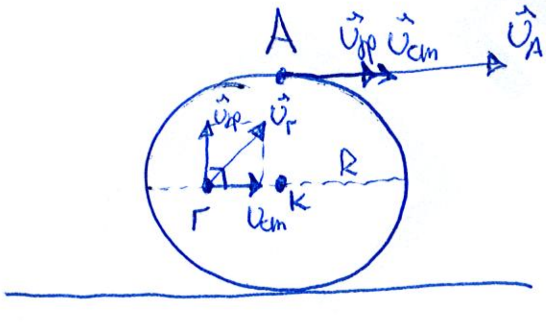
# ΘΕΜΑ Α

Α1. γ , Α2. α , Α3. γ , Α4. δ

Α5. α) Σωστό
β) Λάθος
γ) Σωστό
δ) Σωστό
ε) Λάθος

# ΘΕΜΑ Β

Β1.




Για το Α ισχύει ως σημείο περιφέρειας τροχού που εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, ότι $u_{cm} = u_{\gamma\rho_A} = \omega R$. Οπότε

$$\vec{u}_A = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho} \xrightarrow{//} u_A = u_{cm} + u_{\gamma\rho} \Rightarrow$$

$$u_A = 2u_{cm} = 2\omega R$$

Για το Γ ισχύει:

$$\vec{u}_\Gamma = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\rho_\Gamma} \xrightarrow{\perp} u_\Gamma = \sqrt{u_{cm}^2 + u_{\gamma\rho_\Gamma}^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 + \omega^2\left(\frac{R}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{\frac{5}{4}\omega^2 R^2} \Rightarrow u_\Gamma = \frac{\sqrt{5}}{2}\omega \cdot R$$

Οπότε $\frac{u_\Gamma}{u_A} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\omega R}{2\omega R} \Rightarrow \boxed{\frac{u_\Gamma}{u_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}}$ Σωστή απάντηση η iii)

B2.

$m_1, \vec{\upsilon}_1 \qquad m_2, \upsilon_2 = 0$

Κεντρική ελαστική

Από σύστημα εξισώσεων ΑΔΟ και ΑΔΚΕ :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Η μεταφερόμενη ενέργεια ισούται με $E_{μετ.} = \Delta K_2 = -\Delta K_1$

Άρα το ποσοστό $\Pi_1\% = \frac{K_{1αρχ} - K_{1τελ}}{K_{1αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_1\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}m_1}\upsilon_1^2 - \cancel{\frac{1}{2}m_1}\upsilon_1'^2}{\cancel{\frac{1}{2}m_1}\upsilon_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2}{\upsilon_1^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\upsilon_1^2} - \frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2}\cdot\cancel{\upsilon_1^2}}{\cancel{\upsilon_1^2}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = 1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\cancel{m_1^2} + 2m_1m_2 + \cancel{m_2^2} - \cancel{m_1^2} + 2m_1m_2 - \cancel{m_2^2}}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_1\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \quad (1)$$

$m_2 \quad \vec{\upsilon}_2 \qquad m_1, \upsilon_1 = 0$

Κεντρική ελαστική

$$\upsilon_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{και} \quad \upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_2$$

Το ποσοστό $\Pi_2\% = \dfrac{-\Delta K_2}{K_{2\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$$\Pi_2\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2^2 - \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2'^2}{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_2}\upsilon_2^2} \cdot 100\% = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_2'^2}{\upsilon_2^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{\upsilon_2^{\cancel{2}} - \frac{(m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \upsilon_2^{\cancel{2}}}{\upsilon_2^{\cancel{2}}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{(m_1+m_2)^2 - (m_2-m_1)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%$$

Δηλαδή $\Pi_1\% = \Pi_2\%$

Σωστή απάντηση η ii)

## Β3

Αφού η ελεύθερη επιφάνεια σταθεροποιείται

$$\Pi_{\beta\rho} = \Pi_0 \Rightarrow \Pi_{\beta\rho} = A \cdot \upsilon_0 \quad (1)$$

Το βεληνεκές $s = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (2)

Το μήκος ΕΖ της ράβδου είναι $\frac{s}{2} = \frac{\upsilon_0}{2}\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$

και αφού το νερό διέρχεται οριακά απ' το Ζ ισούται με την οριζόντια απόσταση του νερού εκείνη τη στιγμή. $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2(h_2-h_1)}{g}}$ (3)

Δηλαδή $\frac{s}{2} = x_1 \Rightarrow$

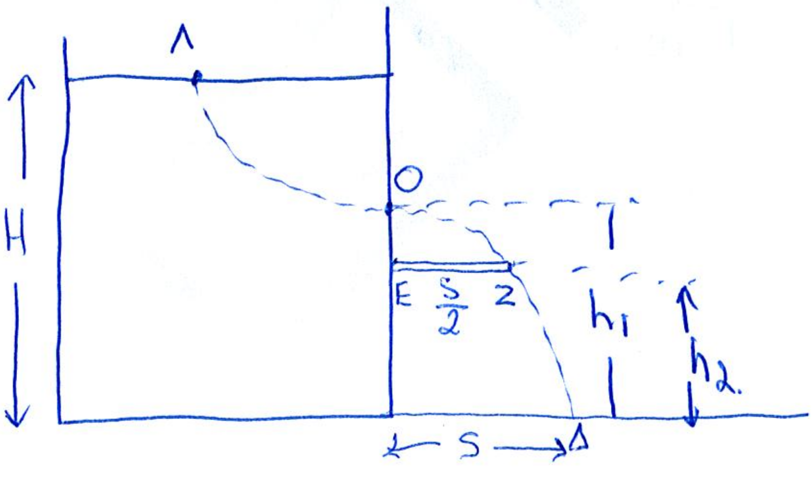
$$\frac{\cancel{\upsilon_0}}{2}\sqrt{\frac{\cancel{2}h_1}{\cancel{g}}} = \cancel{\upsilon_0}\sqrt{\frac{\cancel{2}(h_1-h_2)}{\cancel{g}}}$$

$$\frac{\sqrt{h_1}}{2} = \frac{\sqrt{h_1-h_2}}{1} \Rightarrow$$

$$\frac{h_1}{4} = h_1 - h_2 \Rightarrow$$

$$h_1 = 4h_1 - 4h_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{h_1 = \frac{4}{3}h_2} \quad (4)$$




Δηλ. $h_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{21}{32}H \Rightarrow \boxed{h_1 = \frac{7}{8}H}$

Ορίζουμε σημείο Λ στην ελεύθερη επιφάνεια ίδιας ρευματικής με το Ο. Ισχύει $P_\Lambda = P_O = P_{atm}$ και επειδή $A_1 \gg A_0$ η $\upsilon_\Lambda = 0$

Εξίσωση Bernoulli $\Lambda \to O$

$$\cancel{P_\Lambda} + \rho g H = \cancel{P_O} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_0^2 + \rho g h_1 \Rightarrow$$

$$\cancel{\rho} g H = \frac{1}{2}\cancel{\rho}\upsilon_0^2 + \cancel{\rho} g h_1 \Rightarrow$$

$$gH = \frac{\upsilon_0^2}{2} + g\frac{7}{8}H \Rightarrow$$

$$\upsilon_0^2 = \frac{gH}{4} \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{\sqrt{gH}}{2}$$

Τελικά η (1) $\rightarrow \Pi_B = A\,\upsilon_0 \Rightarrow$

$$\Pi_B = \frac{A}{2}\sqrt{gH}$$

Σωστή απάντηση η (i)